IDENTIFICAZIONE DI TREND E CICLI DI LUNGO PERIODO MEDIANTE TRASFORMATE WAVELET: UN'APPLICAZIONE ALL'INDICE DI PRODUZIONE INDUSTRIALE.

Alberto Roveda - Marco Sandri
Università di Verona - Istituto di Matematica
Via dell'Artigliere 19 - 37129 Verona
email:albrov@chiostro.univr.it, msandri@chiostro.univr.it

Introduzione

Scopo del presente lavoro è l'identificazione di trend e cicli di lungo periodo in serie storiche economiche. Questo compito è di non facile soluzione a causa della ben nota difficoltá di attribuire in modo univoco parte della variabilità della serie alle componenti di lungo periodo e parte a quelle di breve (cicli, stagionalità, rumore). Il tema é di rilevante interesse sia per la teoria economica (si veda ad es. la discussione contenuta in [10]), sia per gli operatori che intendono prevedere l'andamento di lungo periodo [3].

La metodologia utilizzata si basa sulla teoria delle "wavelets", sviluppata da Yves Meyer (cfr. ad es. [5]) e che oggi trova una vasta gamma di applicazioni in campo statistico, soprattutto nella costruzione di modelli di regressione non parametrici [1]. Nel seguito vengono mostrati alcuni risultati preliminari ottenuti per la serie mensile dell'indice generale della produzione industriale italiana.

La Trasformata Wavelet

La "Trasformata wavelet" è uno strumento che permette di esprimere una data funzione $f(t)$ come combinazione lineare di funzioni elementari (su differenti scale e posizioni) chiamate "*wavelets*". Le "*wavelets*" sono ottenute per traslazione e dilatazione di una singola funzione $\psi(t)$ chiamata "wavelet madre" che soddisfa le seguenti condizioni:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t)\, dt = 0$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(t)|\, dt < \infty$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\Psi(\omega)|}{\omega}\, d\omega < \infty$$

dove $\Psi(\omega)$ è la trasformata di Fourier di $\psi(t)$ [5]. Nel caso discreto, questa famiglia di *wavelets* è data da:

$$\psi_{m,n}(t) = 2^{-m/2}\psi\left(2^{-m}t - n\right) \qquad m, n \in \mathbf{Z},$$

e la trasformata wavelet discreta (DWT) è:

$$(DWT_f)_{m,n} = \langle f, \psi_{m,n} \rangle = 2^{-m/2} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\psi(2^{-m}t - n)\, dt.$$

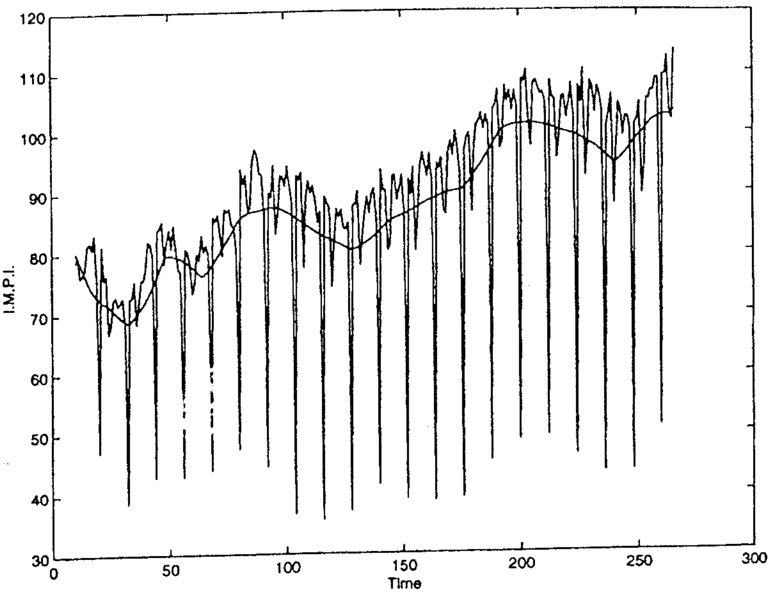
Il nostro obiettivo è di decomporre la serie originale $\mathbf{x}$ nella somma di due componenti: $\mathbf{x} = \mathbf{y} + \mathbf{z}$, l'una relativa al trend ed ai cicli di bassa frequenza e l'altra relativa alle fluttuazioni di breve periodo. L'algoritmo utilizzato, noto come "wavelet shrinkage" [6], si articola in tre fasi fondamentali:

1) scomposizione della serie storica in un insieme di coefficienti "wavelets";

2) compressione dei coefficienti; fissato, secondo un qualche criterio (soft e hard threshold, soglia universale, metodo SURE, etc.), un valore di soglia λ, tutti i coefficienti che non superano λ vengono posti a zero e gli altri vengono opportunamente diminuiti;

3) ricostruzione dei dati utilizzando la trasformata "wavelet" inversa con i coefficienti compressi.

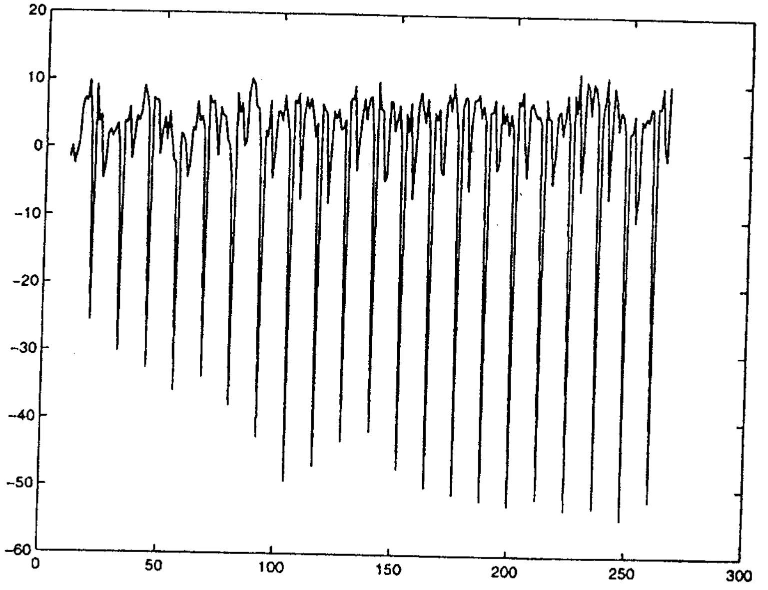
Applicazione



L'applicazione riguarda la serie mensile dell'indice generale della produzione industriale italiana (con base 1990=100 per 23 anni a partire da gennaio 1972 e fino a dicembre 1995). La scelta è stata dettata da molteplici fattori:

prima di tutto si tratta di uno dei piu' importanti indicatori della dinamica economica del paese, in secondo luogo questa serie è stata a lungo analizzata (anche attraverso i più recenti strumenti della modellistica non lineare [8]) e quindi si dispone di una vasta letteratura di confronto e da ultimo perchè essa presenta una evidente compresenza di trend, cicli di lungo e breve periodo, oltre che di una marcata stagionalità.

Il grafico riportato in Fig. 1 mostra la serie originale e la componente di lungo periodo trend più ciclo identificata attraverso la trasformata wavelet. I residui, caratterizzati da una marcata stagionalità, sono mostrati in Fig. 2.



Conclusioni

La decomposizione di serie temporali basata sulle "wavelets" si mostra come un'interessante alternativa alla classica decomposizione offerta dall'analisi spettrale, dalla modellistica ARIMA [7] e da altre tecniche di filtraggio recentemente proposte [4].

Bibliografia

[1] A. Antoniadis, G. Gregoire e I.W. McKeague, "Wavelet Methods for Curve Estimation", Journal of the American Statistical Association, 89 (428), 1340-1353, 1994.

[2] M.A. Arino, "Forecasting Time Series Via Discrete Wavelet Transform", IESE, Universidad de Navarra, Barcelona, Mimeo, 1995.

[3] J.S. Armstrong, "Long-Range Forecasting", New York, John Wiley, 1985.

[4] V. Assimakopoulos," A Successive Filtering Technique for Identifying Long-Term Trends", Journal of Forecasting, Vol. 14, 35–43, 1995.

[5] I. Daubechies, "Ten Lectures on Wavelets", SIAM, Philadelphia, 1992.

[6] Donoho D.L., "Wavelet Shrinkage and W.V.D.: a 10-Minute Tour", based on presentation at the International Conference on Wavelets and Applications, Toulouse, France, June, 1992.

[7] A. Maravall e V. Gómez, "Program SEATS. Signal Extraction in ARIMA Time Series. Instructions for Users", European University Institute, Working Paper ECO No. 94/28, 1994.

[8] A. Mazzali, "Non Linearità nella Serie Storica dell'Indice Generale della Produzione Industriale Italiana", Convegno del Gruppo di Ricerca *Contributi Attuali della Metodologia Statistica all'Econometria*, Università "La Sapienza", Dipartimento di Statistica, Probabilità e Statistiche Applicate, Roma, 10-11 Febbraio 1997.

[9] M.B. Priestley, "Wavelets and Time-Dependent Spectral Analysis", Journal of Time Series Analysis, Vol. 17, N. 1, 1995.

[10] J.B. Ramsey and C. Lampart, "The Decomposition of Economic Relationships by Time Scale Using Wavelets", Dept. of Economics, New York University, Mimeo, May 1996.